

台北市九十九學年度  
高中數學及自然學科能力競賽

數學科口試試題

注意事項：

1. 本口試卷共 2 大題，思考時間 15 分鐘；參賽者可先在本試卷上作答，口試時請攜帶本試卷應試，口試答辯時間 15 分鐘，並繳回本試卷。
2. 本項測驗著重解題技巧、表達能力與邏輯思維，參賽者不需要太專注於計算的細節。

**【試題一】** 給定實數  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ ，已知方程式  $x^2+ax+b=0$  和  $x^2+cx+d=0$

所有實根的絕對值都小於 1。證明： $x^2+(a+c)x+2(b+d)=0$  所有實根的絕對值都小於 2。

---

**【試題二】** 已知數列  $\langle a_n \rangle$  定義如下：

(1)  $a_1 = 2$

(2)  $a_{n+1} = a_n \times \frac{2n}{2n-1} \times \frac{2n}{2n+1}$ ， $n \geq 1$

試證： $a_n < 4$  對每一正整數  $n$  恆成立。