

九十九學年度台灣省第三區(新竹高中)
高級中學數理及資訊學科能力競賽
數學科筆試(二) 試題及參考解答

1. 若 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 且滿足 $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta = \frac{7}{8}$ ，則 $\theta =$ (一) 。
2. 一副正常的撲克牌(共 52 張)，隨意抽出 5 張，若出現兩組各 2 張同數值的情形，就稱為「兩對」的牌型，例如：牌型 3, 3, 5, 5, 9 為兩對，而 3, 3, 5, 5, 5 就不是兩對，則共有 (二) 種「兩對」的牌型。
3. 小明原有 150 元，計畫每一天存錢 30 元，也可能沒有存錢反而花掉 17 元買飲料。若小明希望 n 天後的存款恰好是 1000 元，則 n 的最小值為 (三) 。
4. 設數列 $\langle a_n \rangle$ ：1, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, \dots ，亦即 $a_1 = 1, a_2 = \frac{1}{2}$ ，之後，每一項都是前兩項的算數平均數。若極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 存在，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$ (四) 。
5. 若 $\triangle ABC$ 三邊 $\overline{BC}, \overline{CA}, \overline{AB}$ 上的中線長分別為 $x, \sqrt{10}, \sqrt{31}$ ，且 $\overline{BC} = 4$ ，則 $x =$ (五) 。
6. 已知有 A, B, C 三件商品，其價格總和是 100 元，且每一件商品的價格均為正整數。若一件商品 A 比二件商品 B 貴，三件商品 B 比四件商品 C 貴，三件商品 C 比一件商品 A 貴，則商品 A 的價格為 (六) 。
7. 方程式 $\sqrt{1-x} = 2x^2 - 1 + 2x\sqrt{1-x^2}$ 的解 $x =$ (七) 。

答 案 欄

(一)	(二)	(三)	(四)
15° 、 75° (或 $\frac{\pi}{12}$ 、 $\frac{5\pi}{12}$)	$C_2^{13}(C_2^4)^2 C_1^{44}$ (或 123552)	44	$\frac{2}{3}$
(五)	(六)	(七)	
$\sqrt{46}$	55	$\frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{4}$ (或 $\cos 54^\circ$ 或 $\sin 36^\circ$)	