

九十九學年度台灣省第三區(新竹高中)

高級中學數理及資訊學科能力競賽

數學科筆試(二) 試題

注意事項：

1. 本試卷共七題填充題，每題3分，滿分為21分。
2. 考試時間：1小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將答案依序填寫在答案欄內。

1. 若 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 且滿足 $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta = \frac{7}{8}$ ，則 $\theta =$ (一)。
2. 一副正常的撲克牌(共52張)，隨意抽出5張，若出現兩組各2張同數值的情形，就稱為「兩對」的牌型，例如：牌型3, 3, 5, 5, 9為兩對，而3, 3, 5, 5, 5就不是兩對，則共有(二)種「兩對」的牌型。
3. 小明原有150元，計畫每一天存錢30元，也可能沒有存錢反而花掉17元買飲料。若小明希望 n 天後的存款恰好是1000元，則 n 的最小值為(三)。
4. 設數列 $\langle a_n \rangle$ ： $1, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \dots$ ，亦即 $a_1 = 1, a_2 = \frac{1}{2}$ ，之後，每一項都是前兩項的算數平均數。若極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 存在，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$ (四)。
5. 若 $\triangle ABC$ 三邊 $\overline{BC}, \overline{CA}, \overline{AB}$ 上的中線長分別為 $x, \sqrt{10}, \sqrt{31}$ ，且 $\overline{BC} = 4$ ，則 $x =$ (五)。
6. 已知有 A, B, C 三件商品，其價格總和是100元，且每一件商品的價格均為正整數。若一件商品 A 比二件商品 B 貴，三件商品 B 比四件商品 C 貴，三件商品 C 比一件商品 A 貴，則商品 A 的價格為(六)。
7. 方程式 $\sqrt{1-x} = 2x^2 - 1 + 2x\sqrt{1-x^2}$ 的解 $x =$ (七)。