

九十九學年度台灣省第二區(新店高中)

高級中學數理及資訊學科能力競賽

數學科筆試(二) 試題

注意事項：

1. 本試卷共七題填充題，每題 3 分，滿分為 21 分。
2. 考試時間：1 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將答案依序填寫在答案欄內。

1. 在  $(1+x)^n$  的升幂展開式中，若第五項、第六項、第七項之係數成等差數列，則  $n$  之所有可能值為     (一)    。

2. 已知等腰梯形  $ABCD$  中，兩底長的和為 6，且兩對角線所夾的銳角為  $60^\circ$ ，則  $ABCD$  的面積為     (二)    。

3. 設  $\{a_n\}$  為一數列，且  $a_n = 2010 - n(n-1)$ 。試問  $n$  的值為     (三)     時，則  $\frac{|a_1 + a_2 + \dots + a_n|}{n}$  有最小值。

4. 將自然數依序由 1, 2, 3, ... 寫出 2010 位數

1234567891011121314151617181920...

試問此 2010 位數的末 5 位數字為     (四)    。

5. 設  $\alpha$  為正實數，且  $\sqrt[3]{2+\sqrt{\alpha}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{\alpha}}$  為一正整數，則  $\alpha$  的值為     (五)    。

6. 若銳角  $\theta$  滿足下述等式：

$$\frac{\sin^2 \theta}{1 + \sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta} = \frac{2(1 - \cos \theta)}{3 + 2(\sin \theta - \cos \theta)}$$

則  $\theta$  為     (六)     度。

7. 若二實數  $a$  與  $b$  滿足  $a^3 - 3ab^2 = 18$  與  $3a^2b - b^3 = 26$ ，則  $a^2 + b^2$  之值為     (七)    。