

九十九學年度台灣省第二區(新店高中)

高級中學數理及資訊學科能力競賽

數學科筆試(二) 試題

注意事項：

1. 本試卷共七題填充題，每題 3 分，滿分為 21 分。
2. 考試時間：1 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將答案依序填寫在答案欄內。

1. 在 $(1+x)^n$ 的升幂展開式中，若第五項、第六項、第七項之係數成等差數列，則 n 之所有可能值為 (一) 。

2. 已知等腰梯形 $ABCD$ 中，兩底長的和為 6，且兩對角線所夾的銳角為 60° ，則 $ABCD$ 的面積為 (二) 。

3. 設 $\{a_n\}$ 為一數列，且 $a_n = 2010 - n(n-1)$ 。試問 n 的值為 (三) 時，則 $\frac{|a_1 + a_2 + \cdots + a_n|}{n}$ 有最小值。

4. 將自然數依序由 1, 2, 3, ... 寫出 2010 位數

1234567891011121314151617181920...

試問此 2010 位數的末 5 位數字為 (四) 。

5. 設 α 為正實數，且 $\sqrt[3]{2+\sqrt{\alpha}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{\alpha}}$ 為一正整數，則 α 的值為 (五) 。

6. 若銳角 θ 滿足下述等式：

$$\frac{\sin^2 \theta}{1 + \sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta} = \frac{2(1 - \cos \theta)}{3 + 2(\sin \theta - \cos \theta)}$$

則 θ 為 (六) 度。

7. 若二實數 a 與 b 滿足 $a^3 - 3ab^2 = 18$ 與 $3a^2b - b^3 = 26$ ，則 $a^2 + b^2$ 之值為 (七) 。