

九十九學年度
高級中學數學科能力競賽複賽試題
南區（高雄區） 筆試（二）

注意事項：

- (1)時間分配：1 小時
- (2)本試卷共四題，滿分 21 分。第一題 5 分，第二題 5 分，第三題 5 分，第四題 6 分。
- (3)將計算、證明過程依序寫在答案卷上。
- (4)不可使用電算器。
- (5)試題與答案卷一同繳回。

一、設二直線 $(a+2d)x+(a+2c)y=(a+2d)(a+2c)$ 與 $(b+2d)x+(b+2c)y=(b+2d)(b+2c)$ 的交點在直線 $y=-x$ 上，則 $a+b+2c+2d$ 之值為何？

二、設 S 為一個由十個不大於 100 的相異正整數所構成的集合，試證明 S 中必定存在兩個互斥的子集合 S_1 與 S_2 ，而 S_1 中的整數和與 S_2 中的整數和相同。

三、設 $a = x + \frac{1}{x}$ ，試利用 a 來表示 $x^{15} + \frac{1}{x^{15}}$ 。

四、如右圖， $\triangle ABC$ 中， D, E, F 為三邊的中點， X, Y, Z 為三高垂足， H 為垂心， P, Q, R 為連接 H 與 $\triangle ABC$ 三頂點的線段的中點。試證： $D, E, F, X, Y, Z, P, Q, R$ 九點共圓。

