

九十九學年度
高級中學數學科能力競賽複賽試題
南區（高雄區）筆試（一）

注意事項：

- (1)時間分配：2 小時
- (2)本試卷共四題，滿分 49 分。第一題 12 分，第二題 12 分，第三題 12 分，第四題 13 分。
- (3)將計算、證明過程依序寫在答案卷上。
- (4)不可使用電算器。
- (5)試題與答案卷一同繳回。

一、若兩互質的整數係數多項式 $P(x)$ 與 $Q(x)$ 滿足 $\frac{P(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{7})}{Q(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{7})} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ ，則 $P(x)$

與 $Q(x)$ 為何？

二、若 n 為大於 3 的正整數，試求出所有能整除 $(n-3)!$ 的 n 。(請詳述妳(你)所得答案的理由)

三、 $\triangle ABC$ 中 $\angle A$, $\angle B$, 及 $\angle C$ 的內角平分線分別與 $\triangle ABC$ 的外接圓交於點 A' , B' , 及 C' 。
試證： $\triangle A'B'C'$ 的面積大於或等於 $\triangle ABC$ 的面積。

四、若 $f(x)$ 為實數函數且滿足 $f(x-1) - f(x+2)[f(x-1)+1] - 1 = 0$ 及 $f(x) \neq \pm 1$ ，
則 $f(1) \times f(2) \times f(3) \times f(4) \times \cdots \times f(2038) \times f(2039) \times f(2040)$ 之值為何？