

教育部九十九學年度高級中學數學競賽

嘉義區複賽試題（二）

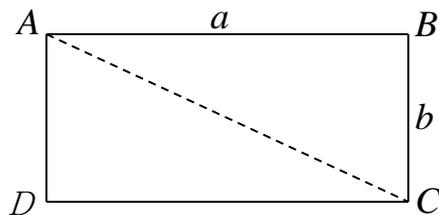
（時間一小時）

注意事項：

1. 本試卷共六題**填充題**，滿分為二十一分。
 2. 請將答案寫在答案欄內，計算紙必須連同試卷交回。
-

一、求 $\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^4} + \dots$ 之值。
(3分)

二、如下圖所示，將長與寬分別為 a, b ($a > b$) 的長方形紙張 $ABCD$ 沿著 AC 對摺，求對摺後的 B 點與 D 點的距離。
(3分)



三、設 $0 \leq x \leq \pi$, $0 \leq y \leq \pi$, 且 $x \neq y$ 。若 $\sin x + \cos y = \sin y + \cos x$, 求 $x + y$ 之值。
(3分)

四、有 4 對夫婦圍圓桌而坐，設 N 表示所有的入坐方法數， M 表示至少有一對夫婦彼此對面而坐的入坐方法數，求 $\frac{M}{N}$ 之值。
(4分)

五、半徑為 1 的球內切於某個正四面體的四個面，求此正四面體的體積。
(4分)

六、設 $x = (\sqrt{11} + \sqrt{7})^{12}$ 且 y 表示 $(\sqrt{11} + \sqrt{7})^{12}$ 的小數部分，求 $x(1-y)$ 之值。
(4分)