

九十八學年度台灣省第五區(台中區)
高級中學數理及資訊學科能力競賽
數學科筆試(一) 試題

編號：_____ (學生自填)

(時間二小時)

注意事項：

1. 本試卷共四題計算證明題，滿分為四十九分。
2. 請將答案寫在答案欄內，計算紙必須連同試卷交回。

一、過圓的直徑 AB 上一定點 C 作任意弦 DE ，過 B 作圓的切線 L ，並設直線 AD 與直線 AE 分別與 L 交於 F 、 G 。若 $\overline{AB}=4$ ， $\overline{AC}=3$ ，求 $\overline{BF} \cdot \overline{BG}$ 。(12分)

二、證明 x 的三次方程式

$$x^3 - \pi x^2 - \sqrt{2}x - 1 = 0$$

只有一個正實根。(12分)

三、試證明 2009 不能表示成三個正整數的立方和。(12分)

四、有各張分別標有 $1, 2, \dots, n$ 的一疊 n 張卡片。洗過卡片後，重複進行以下操作：若最上面一張卡片的標號是 k ，則將前 k 張卡片的順序顛倒；例如，若 $n=4$ 且卡片排列成 3124，則操作一次後的卡片將排列成 2134。證明：經過有限次操作後，標號為 1 的卡片會在最上面。(13分)