台北市九十八學年度

高級中學數理及資訊學科能力競賽

數學科筆試（二）試題

編號：______________（學生自填）

注意事項：

1. 本試卷共七題填充題，每題 3 分，滿分為 21 分。
2. 考試時間：1 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將答案依序填寫在答案欄內。

1. 已知 $x^3+3x^2+px-q=0$ 之三根成等差數列，而且 $x^3+(2-p)x^2-(q+3)x-8=0$ 之三根成等比數列，則數對 (p,q) 為___（一）___。

2. 設△ABC 為等腰直角三角形，依下列兩種方式可作出其內接正方形如圖(Ⅰ)、(Ⅱ)所示。已知圖(Ⅰ)的正方形面積為 625，則圖(Ⅱ)的正方形面積為___（二）___。

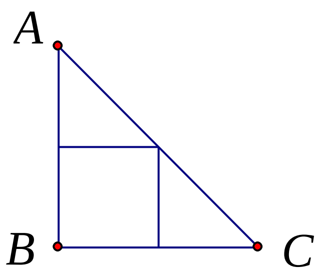

圖 (I)

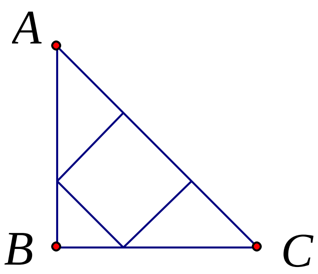

圖 (II)

3. 已知 $A(-1,1)$ 是橢圓 Γ ：$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{24}=1$ 內部一點，F 是 Γ 位於 y 軸右側的焦點。對於 Γ 上任意點 P，令 m 表示 $\overline{PA}+\overline{PF}$ 的最大值而 n 表示 $\overline{PA}+\overline{PF}$ 的最小值，則數對 (m,n) 為___（三）___。

4. 已知△ABC 中，$\angle ABC=90°$，P 為其內部一點，滿足 $\angle APB=\angle BPC=\angle CPA$，若 $\overline{PA}=10$，$\overline{PC}=33$，則 $\overline{PB}$ 之長為___（四）___。

(背面尚有試題)

5. 設 $x_n=\dfrac{2009^n}{(n+1000)!}$，$n=1,2,\cdots$，則 x_n 達到最大值之所有可能的 n 值為__(五)__。

6. 已知 $\cos 27^\circ$ 的值可以表示成下述兩種形式：

$$\cos 27^\circ = r\times\sqrt{8+2\sqrt{10-2\sqrt{5}}}\ ,$$

$$\cos 27^\circ = s\times(\sqrt{20+4\sqrt{5}}+\sqrt{10}-\sqrt{2})\ ,$$

其中，r 與 s 為有理數，則數對 (r,s) 為__(六)__。

7. 設 a 與 b 為實數且 $a>0$，已知 $a+\log a=8$ 且 $b+10^b=8$，則 $a+b$ 之值為__(七)__。