

台北市九十八學年度
高級中學數理及資訊學科能力競賽

(數學科口試解答)

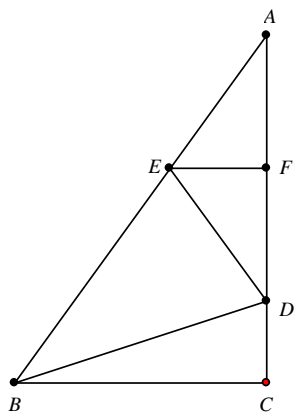
【口試一】若 $n \in \mathbb{N}$ ，則 $97 = \sum_{k=1}^n |x_k| - \left| \sum_{k=1}^n x_k \right| \leq \sum_{k=1}^n |x_k| < n$ ， $97 < n$

當 $n=98$ 時，取 $x_k = (-1)^k \cdot \frac{97}{98}$ (存在一組解) 且 $\sum_{k=1}^{98} |x_k| = 98 \times \frac{97}{98} = 97$

而 $\left| \sum_{k=1}^{98} x_k \right| = 0$ ，故知當 $n=98$ 時確實可存在 $|x_k| < 1, k=1, 2, \dots, 98$ ，使得

$\sum_{k=1}^{98} |x_k| = 97 + \left| \sum_{k=1}^{98} x_k \right|$ ，故 $n=98$ 為所求的最小值。

【口試二】



因為 $\angle ABC = 90^\circ - \angle BAC = 54^\circ$ ，而且 \overline{EF} 與 \overline{BC} 平行，所以，得

$$\sin 54^\circ - \sin 18^\circ = \frac{\overline{CF}}{\overline{BE}} - \frac{\overline{CD}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{CF}}{\overline{AD}} - \frac{\overline{CD}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{DF}}{\overline{AD}} = \frac{1}{2}，$$

$$\sin 54^\circ \times \sin 18^\circ = \frac{\overline{AF}}{\overline{AE}} \times \frac{\overline{CD}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{AD}}{2\overline{AE}} \times \frac{\overline{CD}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{CD}}{2\overline{AE}} = \frac{\overline{CD}}{2\overline{DE}} = \frac{1}{4}。$$