

九十八學年度台灣省第七區(台南區)
高級中學數理及資訊學科能力競賽

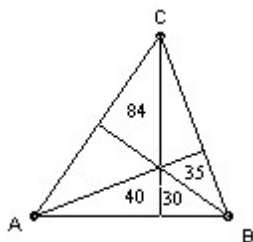
數學科筆試(二) 試題

編號：_____ (學生自填)

注意事項：

- (1) 作答時間：1小時。不可使用電算器。
- (2) 本試卷共五題，滿分 21 分。每題配分標於題末。請將計算及證明題演算過程或理由，依序寫在答案卷上。
- (3) 試題紙與答案卷請一併繳回。

1. 已知在 $\triangle ABC$ 內一點分別與各頂點連線延長至對邊，將 $\triangle ABC$ 分成六塊區域，其中四塊區域面積值如下圖所示，求 $\triangle ABC$ 的整個面積。(4分)



2. 已知 x 滿足不等式 $2 < x^2 < 3$ ，且 $\frac{1}{x}$ 和 x^2 的小數部分相同。

試求 $x^{12} - \frac{144}{x}$ 之值。(4分)

3. 直角三角形 ABC 中， $\angle C = 90^\circ$ ， P 為 $\triangle ABC$ 內部一點，使得 $\angle APB = \angle APC = \angle CPB$ ，且 $\overline{PA} = 8, \overline{PC} = 6$ (如下圖所示)，試求 \overline{PB} 。

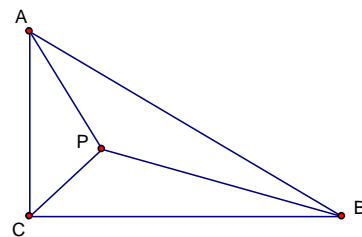
(5分)

4. 設 $F(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \cdots + a_1x + a_0$ 為一整係數多項式，

若已知有四個相異整數 a, b, c, d 使得

$$F(a) = F(b) = F(c) = F(d) = 5, \text{ 證明： } F(x) = 8 \text{ 無整數解。}$$

(4分)



5. 已知 $n \neq 1$ ，求 $\sum_{i=0}^{n-1} (\sin(\theta + \frac{2i\pi}{n}) + \cos(\theta + \frac{2i\pi}{n}))$ 之值。 (4分)