

高雄市九十八學年度  
高級中學數理及資訊學科能力競賽  
數學科筆試（二）試題

編號：\_\_\_\_\_（學生自填）

注意事項：

- (1) 時間分配：1 小時
- (2) 本試卷共四題，滿分 21 分，第一題 4 分，第二題 4 分，第三題 4 分，第四題 4 分，第五題 5 分。
- (3) 將計算、證明過程依序寫在答案卷上。
- (4) 不可使用電算器。
- (5) 試題與答案卷一同繳回。

[問題一]：設  $A(-2,1), B(3,4)$ ，點  $Q(x,y)$  在線段  $\overline{AB}$  上移動，試求  $x^2 - 2y^2 - 1$  的最大值與最小值。

[問題二]：試問當  $x、y$  之值各為多少時，多項式

$P(x,y) = 12x^2 - 84xy + 172y^2 + 108x - 298y + 2009$  有最小值，且其值為何？

[問題三]：若在直線  $8y = 15x$  上取一點  $A$ ，在另一直線  $3x = 10y$  上取一點  $B$ ，且  $\overline{AB}$  的中點坐標為  $(8,6)$ ，試求線段  $\overline{AB}$  長度。

[問題四]：設  $[x]$  表示為小於或等於  $x$  之最大整數， $n$  為正整數。試求滿足不等式

$[\log_2 1] + [\log_2 2] + [\log_2 3] + \dots + [\log_2 n] \geq 2009$   
的最小  $n$  值。

[問題五]：試求滿足方程組 
$$\begin{cases} ab + 5 = c \\ bc + 1 = a \\ ca + 1 = b \end{cases}$$
 的所有可能整數組解  $(a,b,c)$ 。