

九十七學年度台中區

高級中學數學及自然科能力競賽

數學科筆試(二)

編號：_____

(時間一小時)

(學生自填)

注意事項：

1. 本試卷共五題填充題，滿分為二十一分。
2. 請將答案寫在答案欄內，計算紙必須連同試卷交回。

一、半徑為 1 的小圓與半徑為 35 的大圓外切於 A 點，線段 \overline{BC} 分別切小圓與大圓於 B 點與 C 點。求 \overline{AC} 的長度。(4 分)

二、已知一三角形的三高長為 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{7}$ 。求其三邊長。(4 分)

三、某特徵（如拇指是否可彎曲）是根據一對基因來分類的，若 A, a 分別代表顯性及隱性基因，則某人有 AA 之基因稱為純顯型，Aa（同於 aA）稱為混合型，aa 稱為純隱形。外觀上，Aa 和 AA 是有這個特徵的。孩子從父母各得一因子。假設 AA, Aa, aa 之人口比例分別為 $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ ，且婚配與否和此特徵無關。

(a) 有一對夫妻皆為混合型，若他們有 4 個小孩，求其中 3 個小孩具顯性特徵之機率。

(b) 有一對夫妻他們 4 個小孩中有 3 個具顯性特徵，求此對夫妻皆為混合型之機率。(5 分)

四、一餐廳提供十二道小菜給每一位客人。今有四位客人，每一道小菜皆有其中一人點選上，但四人不會同時點選同一道小菜，那麼這四人可能的點選組合共有多少種？(4 分)

五、令 $f_n = \sum_{k=0}^n (-1)^k 2^{2n-2k} C_k^{2n-k+1}$ ，求 f_{100} 。(4 分)