

# 九十七學年度台南區

## 高級中學數學及自然科能力競賽

### 數學科筆試(二)

注意事項：

- (1) 時間分配：1小時。不可使用電算器。
- (2) 本試卷共五題，滿分21分。第一題5分，其餘各題，每題4分。
- (3) 請將計算、證明過程，依序寫在答案卷上。
- (4) 試題紙與答案卷請一併繳回。

1. 已知 $\triangle ABC$ 的三邊長： $\overline{AB}=3$ ， $\overline{BC}=4$ ， $\overline{CA}=5$ ； $P$ 為 $\triangle ABC$ 內部一點，

設 $P$ 到 $\triangle ABC$ 三邊 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CA}$ 之長分別為 $\ell$ 、 $m$ 、 $n$ ，求 $\ell^2+m^2+n^2$ 之最小值為何？又產生最小值時的 $(\ell, m, n) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 求方程式 $x^2+18x+30=2\sqrt{x^2+18x+45}$ 所有實根的乘積。

3. 若一正五邊形 $ABCDE$ 的邊長為 $a$ ，試求 $\left(\frac{\overline{AD} \cdot \overline{AE}}{\overline{AD} \cdot \overline{AC}}\right)^2$ 之值。

4. 若 $2-\sqrt{3}$ 為方程式 $x^2-(\tan\theta+\cot\theta)x+1=0$ 一根，其中 $0<\theta<\frac{\pi}{4}$ ，試求 $\sin\theta-\cos\theta$ 之值。

5. 已知 $f(x)=\sum_{k=0}^{23} a_k x^k$ ，且知 $f(x-1)=\sum_{k=0}^{23} x^k$ 恆成立，求 $a_3$ 之值？