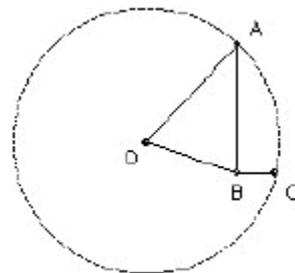


九十七學年度台南區
高級中學數學及自然科能力競賽
數學科筆試(一)

- 注意事項：(1) 時間分配：2小時。不可使用電算器。
- (2) 請將計算、證明過程依題序寫在答案卷上。
- (3) 本試卷共五題，滿分 49 分。第一題至第四題每題 10 分，
第五題為 9 分。
- (4) 試題紙與答案卷請一併繳回。

1. 坐標平面上，有一直角三角形 $\triangle ABC$ ， $\angle C$ 為直角， \overline{AD} 、 \overline{BE} 、 \overline{CF} 為 $\triangle ABC$ 三中線；已知 \overline{AD} 落在直線 $x-y+3=0$ 上， \overline{BE} 落在直線 $2x-y+4=0$ 上，又 \overline{AB} 長為 60，試求 $\triangle ABC$ 面積。

2. 如圖， A 、 C 在以 O 為圓心，半徑為 $\sqrt{50}$ 的圓周上，
若 $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 2$ ，則 $\overline{OB} = ?$



3. 設 $x_1, x_2, \dots, x_{2008}$ 均為複數，且滿足下列兩條件：

(1). $|x_k| = 1, k = 1, 2, \dots, 2008$;

(2). $\sum_{k=1}^{2008} x_k = 0$,

試求 $\sum_{k=2}^{2008} |x_1 - x_k|^2$ 之值。

4. 設 $[x]$ 為小於或等於 x 之最大整數，試解方程式 $x^2 - 97[x] + 7 = 0$ 。

1. 將 2008 分解成一些正整數之和，使得這些正整數之乘積有最大值，求這最大值，
並加以證明。