

九十七學年度新竹區  
高級中學數學及自然科能力競賽  
數學科筆試(一)試題卷

編號：\_\_\_\_\_ (學生自填)

注意事項：

1. 本試卷共三題計算證明題，滿分為 49 分。
2. 考試時間：2 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將過程填寫在答案卷內。

問題一：已知五條線段中，任意三條均可成為三角形的三邊。試證其中必有三條線段組成的三角形為銳角三角形。

(13 分)

問題二：設  $n$  為正整數， $a$  為大於 1 之實數。試解不等式

$$\log_a x - 4\log_{a^2} x + 12\log_{a^3} x + \cdots + n(-2)^{n-1} \log_{a^n} x > \frac{1-(-2)^n}{3} \log_a (x^2 - a)$$

(18 分)

問題三： $ABCD$  為平面上的凸四邊形。現在以四個邊為邊長，分別向著四邊形的外部各作一個正方形，並設以  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CD}$ 、 $\overline{DA}$  為一邊所作出的正方形的中心分別為  $P$ 、 $Q$ 、 $R$ 、 $S$  四點。試證： $\overline{PR} \perp \overline{QS}$  且  $\overline{PR} = \overline{QS}$ 。

(18 分)