

九十七學年度台北區

高級中學數學及自然科能力競賽

數學科筆試(二)試題

編號：_____ (學生自填)

注意事項：

1. 本試卷共七題填充題，每題 3 分，滿分 21 分。
2. 考試時間：1 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將答案填寫在答案欄內。

1、若實數 x, y, z 滿足 $\begin{cases} 2x - y + 3z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$ ，其中 $z \neq 1$ ，則 $\frac{xy}{(z-1)^2}$ 之值為 (一)。

2、 $\log x - \frac{1}{\log x} \leq 0$ 的解區間為 (二)。

3、在三角形 ABC 中， $5 \sin A + 6 \cos B = 7$ ， $6 \sin B + 5 \cos A = 4$ ，則 $\sin C =$ (三)。

4、從 1 到 2008 任意挑兩整數 a, b (可以重複)，則整數 $3^a + 7^b$ 個位數字為 8 的機率為 (四)。

5、某綜藝節目舉辦抽獎遊戲，遊戲規則是參加者從四個門中選一個，三個是「銘謝惠顧」，一個是「進口轎車」。當選了其中一個門之後，主持人會從沒選的三個門中，隨機把一個未中獎的門打開，參加者可以決定要不要換別的門。如果參加者的策略是不管如何都一定換，則獲得進口轎車的機率為 (五)。

6、設方程式 $x^2 + (k-4)x + k = 0$ 有兩個整數根，已較大的整數根為直徑作圓 O ，自圓 O 外一點 P 作切線 \overline{PA} 及割線交圓於 B, C ，若 \overline{PA} 、 \overline{PB} 、 \overline{PC} 均為整數且都不是合數，則 $\overline{BC} =$ (六)。

7、使得方程式 $ax^2 + 2(2a-1)x + 4(a-3) = 0$ 至少有一個根是整數的正整數 a 共有 (七) 個。