

九十七學年度花蓮區  
高級中學數學及自然科能力競賽  
數學科筆試(二)試題卷

編號： \_\_\_\_\_ (學生自填)

注意事項：

1. 本試卷共七題填充題，每題3分，滿分為21分。
2. 考試時間：1小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將答案填寫在答案欄內。

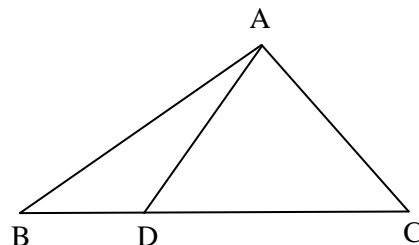
1、設  $x, y$  為實數，若  $3x^2 + 2y^2 = 2x$ ，則  $x^2 + y^2$  的最大值為 (一)。

2、在密碼學中，對於英文，人們將26個字母按順序分別對應整數0到25(例如A對應0，B對應1，C對應2，...，Z對應25)。現有一個密碼單詞是由4個字母構成，記此4個字母由左而右對應的數值分別為  $x_1, x_2, x_3, x_4$ 。已知：整數  $x_1 + 2x_2, 3x_2, x_3 + 2x_4, 3x_4$  除以26的餘數分別為9, 16, 23, 12。則密碼的單詞是 (二)。

3、有甲、乙、丙三個人分別擲一公正的骰子，擲出點數分別為  $a_1, a_2, a_3$ ，則恰好  $a_1 \geq a_2 + a_3$  的機率為 (三)。

4、如右圖， $\triangle ABC$  中，已知  $\angle BAC = 150^\circ$ ， $\overline{AB} = 3, \overline{AC} = 2$ ， $D$  在  $\overline{BC}$  上，且

$\overline{BD} : \overline{DC} = 1 : 2$ ，則向量內積  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} =$  (四)。



5、設  $a$  為實數，已知方程式  $x^4 - 2ax^2 + x + a^2 - a = 0$  的根都是實數，則  $a$  的範圍為 (五)。

6、在平面上，設  $L_1$ 、 $L_2$  兩直線交於  $O$  點且夾角為  $\frac{2\pi}{3}$ ，已知一點  $P$  至直線  $L_1$  的垂足

為  $A$  點，至  $L_2$  的垂足為  $B$  點。若  $\overline{PO} = \sqrt{6}$ ， $\overline{PA} = 1$ ，則  $\overline{AB}$  的長為 (六)。

7、設  $x$  為銳角，則  $\frac{2\sin x \cos x + \frac{5}{2}}{\sin x + \cos x}$  的最小值為 (七)。