

九十七學年度嘉義區

高級中學數學及自然科能力競賽

數學科筆試(一)

編號：

(時間二小時)

_____ (學生自填)

注意事項：

1. 本試卷共四題計算證明題，滿分為四十九分。
2. 請將答案寫在答案欄內，計算紙必須連同試卷交回。

一、設三角形 ABC 的外接圓和內切圓的面積分別為 M 和 m ，證明 $M \geq 4m$ 。(12 分)

二、找出所有正整數 n ， $120 \leq n \leq 130$ ，使得 n 無法表示成 $a+b+ab$ 的形式，其中 a, b 為正整數。(12 分)

三、在邊長為 1 的正三角形 ABC 的邊 AB, AC 上分別取 D, E 兩點，使得沿線段 DE 摺三角形時，頂點 A 正好落在邊 BC 上。求符合上述條件時線段 AD 之長的最小值。(12 分)

四、如右圖所示，在一個缺角棋盤的各水平線和鉛垂線的交會點上，分別標示數字，其中的 x_1, x_2, \dots, x_9 等為未知數字。今假設每一 x_i 恰為其相鄰的四個數字的平均數，

$$\text{例如：} x_1 = \frac{1}{4}(4 + 2 + x_2 + x_4)$$

$$x_5 = \frac{1}{4}(x_2 + x_4 + x_6 + x_8)$$

試求出 x_5 。(13 分)

