

教育部九十六學年度高級中學數學競賽

台中區複賽試題 (二)

編號：_____

(學生自填)

(時間一小時)

注意事項：

1. 本試卷共六題填充題，滿分為二十一分。
2. 請將答案寫在答案欄內，計算紙必須連同試卷交回。

一、將 INSTRUCTOR 十個字母作排列使得 (至少) 兩個母音相連的排法有幾種？請乘 (3分) 開所有數字並以單一數字作為最終答案。(在此題中，I、U、O 為母音)

二、令 $f(x) = \frac{9^x}{3+9^x}$ ，求 $f\left(\frac{1}{2007}\right) + f\left(\frac{2}{2007}\right) + \cdots + f\left(\frac{2006}{2007}\right)$ 之值。 (3分)

三、令 $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| + |y| \leq 25 \text{ 且 } x^2 + y^2 \geq 400\}$ 。在 R 這區域內有多少個格子點？ (3分)
(當 x 和 y 皆為整數時， (x, y) 稱為格子點)

四、求 $\tan 149^\circ \tan 29^\circ + \tan 89^\circ \tan 149^\circ + \tan 89^\circ \tan 29^\circ$ 的值。 (4分)

五、抽屜裡有 r 隻紅色襪子和 b 隻黑色襪子。從這些襪子中，隨機任意選取兩隻襪子， (4分)
已知這兩隻襪子都是紅色的機率是 $\frac{3}{5}$ 。如果 b 是偶數，試問抽屜中至少有幾隻襪子？

(也就是說， $(b+r)$ 的最小值是多少？)

六、設直線 $L: y = mx + b$ 與拋物線 $y = x^2$ 交於 A, B 兩點 (如下圖)。 P 為拋物線 AOB 弧 (4分)
上的動點，試問：當 ΔPAB 的面積達到最大值時，

P 點的座標為何？ (請以 m, b 表示)

