

教育部九十六學年度高級中學數學競賽

台中區複賽試題 (一)

編號：_____

(學生自填)

(時間二小時)

注意事項：

1. 本試卷共四題計算證明題，滿分為四十九分。
2. 請將答案寫在答案欄內，計算紙必須連同試卷交回。

一、令 A 是平面上以 $(0,0)$ 為圓心， 1 為半徑的單位圓（不含內部）。試問：是否可能用
(12分)

有限多個全等的正方形覆蓋整個 A 且這些正方形的面積和小於 0.001 ？如果可以，請詳細描述你的作法（包含正方形的大小及個數等）？如果不行，也請詳細說明理由。（註：正方形之間可以重疊。）

二、 $A(1,1,2)$, $B(-2,1,5)$, $C(3,1,2)$, $D(2,-1,1)$ 為空間中四點。 P 為直線 \overline{CD} 上的動點，求
(12分) ΔPAB 的最小面積。

三、令 p 為一質數且 a, b, c, d 為固定整數，其中 d 不被 p 整除。假設存在一整數 m 使得
(12分) $am^3 + bm^2 + cm + d$ 可被 p 整除，證明必存在一整數 n 使得 $dn^3 + cn^2 + bn + a$ 可被 p 整除。

四、把 9 個身高兩兩不同的人由左到右排成一列，而且如果由左到右任取三人的身高
(13分) 分別為 a, b, c ，則 $a < c < b$ 的情形不會出現，求這種排列的總數。