

台灣省新竹區九十六學年度
高級中學數學及自然科能力競賽
數學科甄選試題

- 一、已知 240 所有正因數的乘積可以因數分解成 $2^p \times 3^q \times 5^r$ ，則 $p+q+r=?$
- 二、有多少個介於 100 與 200 之間的正整數 n ，使得 $7n^2+44$ 與 $2n^2+13$ 兩數互質？
- 三、網路票選好吃的牛肉麵店，預計從 15 家牛肉麵店中選出 7 家進入總決賽，若有效票共 12345 張，則參賽的牛肉麵店至少需得幾票才能篤定進入總決賽？
- 四、若函數 $f(x) = \frac{2\sin x}{\cos x + 2}$ ，則 $f(x)$ 的最大值為何？
- 五、對 $x > 0$ ，函數 $g(x) = \sqrt{x^2 + (\log x)^2} + \sqrt{(4-x)^2 + (6+\log x)^2}$ 的最小值為何？
- 六、設 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 5$ 、 $\overline{BC} = 7$ ，且 $\angle BAC = 60^\circ$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為何？
- 七、若實數 a, b, c 滿足 $\frac{a}{5} + \frac{b}{8} + \frac{c}{11} = \frac{a}{6} + \frac{b}{9} + \frac{c}{12} = \frac{a}{7} + \frac{b}{10} + \frac{c}{13} = 1$ ，則 $a+b+c=?$
- 八、設 G 為 $\triangle ABC$ 的重心， D 在 \overline{AB} ， E 在 \overline{AC} 上，且 D, G, E 共線。若 $\overline{AD}:\overline{BD} = 3:1$ ，則 $\overline{AE}:\overline{CE} = ?$
- 九、已知 $x^2 + y^2 - 4x + 6y = 3$ ，試求 $3x - 4y$ 的最大值？
- 十、已知向量 $\overline{AP} = \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{AC}$ ，試求 $\triangle ABC$ 的面積。