

九十六學年度高雄市高級中學數學科能力競賽試題（二）

注意事項：

- (1) 時間分配：1 小時。不可使用電算器。
- (2) 本試卷共五題，滿分 21 分。第一題到第四題，每題 4 分，第五題 5 分。
- (3) 請將計算、證明過程，依序寫在答案卷上。
- (4) 試題與答案卷請一併繳回。

1. 已知 P 為 $\triangle ABC$ 內部一點，延長 \overline{AP} 、 \overline{BP} 、 \overline{CP} 分別與對邊 \overline{BC} 、 \overline{CA} 、 \overline{AB} 交於 D 、 E 、 F 三點。

設 $|\overline{AP}| = \alpha$ ， $|\overline{BP}| = \beta$ ， $|\overline{CP}| = \gamma$ 滿足 $\alpha + \beta + \gamma = 43$ ，

又已知 $|\overline{PD}| = |\overline{PE}| = |\overline{PF}| = 3$ 。求 $\alpha\beta\gamma = ?$

2. 四邊形 $ABCD$ 為梯形， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{AB} = 52$ ， $\overline{BC} = 12$ ， $\overline{CD} = 39$ ， $\overline{DA} = 5$ ，

則此梯形 $ABCD$ 之面積為多少？

3. 求證： $\frac{1}{99} < \frac{1}{3} \times \frac{4}{6} \times \frac{7}{9} \times \cdots \times \frac{94}{96} \times \frac{97}{99} < \frac{1}{15}$ 。

4. 設三平面 $x + y + z = 0$ 、 $3x + y + z = 0$ 、 $4x + dy + 2z + e = 0$ 共線，求 $d + e$ 。

5. 已知 $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ； $\alpha < 0$ ，

且 $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy + \alpha yz + \beta xz - 28 = 0$ 表二平行平面；

則 (i) $\alpha + \beta = ?$ ；(ii) 求此二平行平面之距離。