

教育部九十六學年度高級中學數學競賽

嘉義區複賽試題 (二)

編號：_____

(學生自填)

(時間一小時)

注意事項：

1. 本試卷共四題，滿分為二十一分。
2. 請將答案寫在答案欄內，計算紙必須連同試卷交回。

一、設 $\triangle ABC$ 三個邊長分別為 a, b, c ，證明
(6分)

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C} \geq \frac{16\sqrt{3}\Delta}{9},$$

其中 Δ 代表 $\triangle ABC$ 面積。

二、(1) 是否存在小於 35 的正整數，該數的正因數個數與 35 的正因數個數一樣多？請
(5分) 說明理由。

(2) 有一個正整數 n ， $d(n)$ 表示 n 的正因數個數，例如： $d(6) = 4$ 。如果任何比 n 小的正整數 m ， $d(m) < d(n)$ ；則稱 n 為高合成數。例如：2 是高合成數，因為 $d(1) < d(2)$ 。

請證明：除了 1 之外，所有的高合成數都是偶數。

三、假設 $S = \{1, 2, \dots, 9\}$ ，證明 S 中任意 6 個元素的子集必包含二個元素它們的和為 10。
(5分)

四、求證三角形三邊平方和的三倍等於三條中線平方和的四倍。
(5分)