

台灣省第四區九十五學年度
高級中學數學及自然科能力競賽
數學科筆試(二)試題

編號：_____ (學生自填)

注意事項：

1. 本試卷共七題填充題，每題 3 分，滿分 21 分。
2. 考試時間：1 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將答案填寫在答案欄內。

1. 所有自集合 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 至集合 $\{95, 2006\}$ 的函數中，滿足

$f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) + f(6) + f(7) + f(8) + f(9) + f(10)$ 是偶數的函數 f 有 _____
(一) 個。

2. 令函數 $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{6x - 9}} + \sqrt{x - \sqrt{6x - 9}}$ 。已知當 $a \leq x \leq b$ 時， $f(x)$ 會得到此函數的最小值。則 $b - a$ 的最大值為 _____ (二)。

3. 等腰三角形 ABC ，其中 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 。假設 $\angle B$ 的角平分線交 \overline{AC} 邊於 D 點，且 $\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{AD}$ ，則 $\angle A =$ _____ (三)。

4. 坐標平面上有兩定點 A 、 B ，其坐標分別為 $A(1, 6)$ 、 $B(9, -2)$ 。對於 x 軸上任一點 $P(x, 0)$ ，令 $g(x)$ 表示兩線段 \overline{AP} 及 \overline{BP} 中較長之一段的長度 (若兩線段等長，則 $g(x)$ 表示此共同長度)。則當 $x =$ _____ (四) 時，函數 $g(x)$ 會得到其最小值。

5. 考慮雙曲線 $\Gamma: \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ 及其上一點 E ，且 E 點位於第一象限。若過 E 點與 Γ 相切的直線和 E 點與 Γ 之某一焦點的連線的夾角為 45° ，則 E 點的 y 坐標為 _____ (五)。

6. 已知 $\triangle ABC$ 的三邊長分別為 $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{CA} = 5$ ， $\overline{AB} = 3$ 。若 $\triangle ABC$ 之內部一點 P 到三邊 \overline{BC} 、 \overline{CA} 、 \overline{AB} 之距離分別為 x, y, z ，則 $x^2 + y^2 + z^2$ 之最小值為 _____ (六)。

7. 甲乙兩人使用撲克牌玩「抽烏龜」的遊戲。經過第一階段的丟牌之後，甲手中剩下 3、6、7 三張牌，而乙手中剩下 3、6、7 以及鬼牌四張牌。現自甲開始兩人輪流向對方抽一張牌，且每張牌被抽到的機率相等。若抽到的牌的號碼和自己手中某一張牌的號碼相同，則這兩張相同號碼的牌可以丟棄；若抽到的牌是鬼牌，則需將鬼牌留在自己手中。如此進行下去，最後手中只剩下鬼牌的人為輸家。則甲獲勝的機率為 _____ (七)。