

**台灣省第二區九十五學年度  
高級中學數學及自然科能力競賽  
數學科筆試(二)試題**

編號：\_\_\_\_\_ (學生自填)

注意事項：

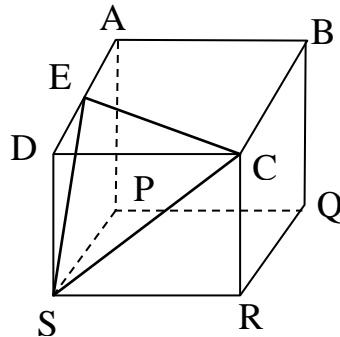
1. 本試卷共七題填充題，每題 3 分，滿分 21 分。
2. 考試時間：1 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將答案填寫在答案欄內。

參考數據：

$$\log_{10} 2 = 0.3010, \quad \log_{10} 3 = 0.4771, \quad \log_{10} 7 = 0.8451$$

1. 滿足  $\frac{2}{m} + \frac{3}{n} = \frac{1}{6}$  且  $m$  為奇數的所有正整數序對  $(m, n)$  中， $m+n$  的最大值為 \_\_\_\_\_ (一) \_\_\_\_\_。

2. 右圖是邊長為 2 的正方體， $E$  為  $\overline{AD}$  的中點，則  $D$  到平面  $ESC$  的距離 = \_\_\_\_\_ (二) \_\_\_\_\_。



3. 盒中有編號 1~100 的 100 個球，由盒中任取一球，若編號為  $x$  則可得  $(-1)^x x^2$  元，也就是，若  $x$  是偶數可賺  $x^2$  元，若  $x$  是奇數則損失  $x^2$  元。若小明先由盒中取走  $b$  號球，接著小英再由盒中任取一球，試問小英可得錢數的期望值是 \_\_\_\_\_ (三) \_\_\_\_\_。(答案以  $b$  表示)

4. 甲、乙兩個乒乓球隊各有 9 名隊員，按照事先排好的順序做一對一的競賽。雙方先由 1 號隊員比賽，輸的被淘汰，贏的再與輸的一方之 2 號隊員比賽，...，按此規則直到有一方隊員全部被淘汰為止，這樣形成一個比賽過程。現在甲隊只用了 7 位隊員就擊敗了乙隊的所有隊員。試問這樣的比賽過程共有 \_\_\_\_\_ (四) \_\_\_\_\_ 種。

5. 給定數列  $\{x_n\}$  如下： $x_1 = \frac{1}{2}$ ， $x_n = 3x_{n-1} - 2(-1)^{n-1}$ ， $n = 2, 3, \dots$ 。

試問  $x_{101}$  是幾位數？     (五)    。

6. 設有兩個等差數列，它們各自前  $n$  項之總和的比為  $(7n+2):(5n-2)$   $n = 1, 2, \dots$ 。

試求它們第 13 項之比值為     (六)    。

7. 如下圖， $ABCD$  是邊長為 1 的正方形，以  $A$  為圓心，1 為半徑畫弧交以  $\overline{BC}$  為直徑的半圓於  $P$  點；直線  $BP$  交  $\overline{CD}$  於  $E$  點，直線  $DP$  交  $\overline{BC}$  於  $F$  點，則  
(四邊形  $CEPF$  的面積) : (四邊形  $ABPD$  的面積) =     (七)    。

