

台灣省第一區九十五學年度
高級中學數學及自然科能力競賽
數學科筆試(一)試題

編號：_____ (學生自填)

注意事項：

1. 本試卷共四題計算證明題，滿分 49 分。
2. 考試時間：2 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將過程填寫在答案卷內。

【問題一】：繆氏約分法：當分子和分母都是二位數，分子的個位數字與分母的十位數字相同時，直接抹去這兩個數字，如 $\frac{19}{95}$ 抹去數字 9 得到 $\frac{1}{5}$ 。試問滿足繆氏約分法的真分數有哪些？(12 分)

【問題二】：設 $\triangle ABC$ 中，已知 \overline{BC} 與 x 軸平行，若 $A(1,8)$ ，內切圓圓心為 $(0,0)$ ，半徑為 4。試問 $\triangle ABC$ 的垂心 H 坐標為何？(12 分)

【問題三】：設 $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x - 1$ ， $g(x) = x^4 + 3x^3 - x^2 - 5x + 2$ ，且 α, β, γ 為 $f(x) = 0$ 之 3 根。

(1) 試求 $g(\alpha) \cdot g(\beta) \cdot g(\gamma)$ 之值。(6 分)

(2) 試求 $\frac{1}{g(\alpha)} + \frac{1}{g(\beta)} + \frac{1}{g(\gamma)}$ 之值。(7 分)

【問題四】：如下圖所示，直角三角形的三邊長分別為 a, b 與 c ，其中 c 是斜邊長度。如果斜邊上的高之長度為 h ，那麼 $a + b$ 與 $c + h$ 何者比較大，請證明之。(12 分)

