

94 學年度高級中學數學科能力競賽複賽  
北區第三區(台北市) 筆試(二)試題

編號：\_\_\_\_\_ (學生自填)

注意事項：

1. 本試卷共七題填充題，每題 3 分，滿分為 21 分。
2. 考試時間：1 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將答案填寫在答案欄內。

1、設  $\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 。若  $a$  與  $b$  為有理數且滿足

$$\sqrt{a+b\alpha} = \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}} + \alpha \sqrt{\frac{5-2\sqrt{5}}{5}},$$

則有理數對  $(a, b)$  為\_\_\_\_\_。

2、級數  $\sum_{k=1}^{200} (-1)^{k-1} (2k-1)^2 = 1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + \dots - 399^2$  之和等於\_\_\_\_\_。

3、滿足方程組

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{2y} = (x^2 + 3y^2)(3x^2 + y^2) \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{2y} = 2(y^4 - x^4) \end{cases}$$

的實數對  $(x, y)$  為\_\_\_\_\_。

4、若  $\frac{\sin 3x \sin^3 x + \cos 3x \cos^3 x}{1 + \cos 4x} - \cos 2x - \frac{1}{4} = 0$ ，則  $\cos 2x$  等於\_\_\_\_\_。

5、在坐標平面上，與兩拋物線  $y = x^2$ 、 $y = -x^2 + 2x - 5$  都相切的直線方程式為\_\_\_\_\_。(兩解)

6、若正實數  $x$  滿足  $(9^{\log x} + 19)^{\log 9} + 19 = x$ ，其中的  $\log$  表示常用對數，則正實數  $x$  等於\_\_\_\_\_。

7、在一個直圓錐面的內部置一正立方體，使正立方體的一面在直圓錐面底部的圓上，而正立方體的其餘四個頂點在直圓錐面上。若直圓錐面的底半徑為 10 而高為 30，則此正立方體的邊長為\_\_\_\_\_。