

教育部九十四學年度高級中學數學競賽

嘉義區複賽試題 (二)

編號：_____

(學生自填)

(時間一小時)

注意事項：

1. 本試卷共四題證明題，滿分為二十一分。
2. 不可使用計算器。
3. 請將答案寫在答案欄內。
4. 計算紙必須連同試卷交回。

一、求最小自然數 m 使得下列不等式對所有自然數 n 成立
(5分)

$$\binom{2n}{n}^{\frac{1}{n}} < m。$$

二、令 $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - y^2 \geq 1\}$ 與 $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x-2)^2 + y^2 \leq 1\}$ 。試證
(5分) 明 $B \subseteq A$ 。

三、設四邊形 $ABCD$ 的邊 BA, CD 的延長線相交於 G ，對角線 BD, AC 的中點為
(5分) E, F ，則 $\triangle GEF$ 的面積

$$S_{\triangle GEF} = \frac{1}{4} (\text{四邊形 } ABCD \text{ 面積})。$$

四、(1) 介於 0 和 10,000 整數中有多少個數的十進位表示法中，正好有一個 5。
(6分)

(2) 同樣問題，但 10,000 改為 100,000。