

屏東區數學能力競賽試題(II)

94.11.10

注意：請在答案卷上作答，須列過程及說明理由
 作答時間一小時

1. 實數 x, y, z 滿足方程組
$$\begin{cases} x + y + z = -3 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = -\frac{1}{3} \\ x^2(y+z) + y^2(z+x) + z^2(x+y) = -24 \end{cases}$$

求 $x^2 + y^2 + z^2 = ?$

2. 試求 49 除 $6^{98} + 8^{98}$ 的餘數。

3. 設 $\vec{a} = \langle x, 2 \rangle, \vec{b} = \langle \sqrt{3}, y \rangle$; 其中 x, y 皆為實數,

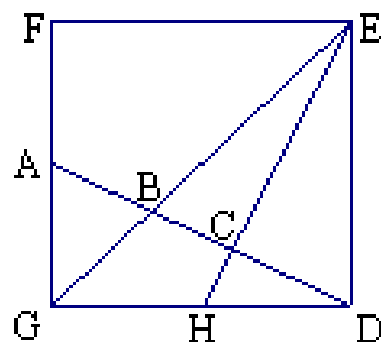
若 $x^2 + y^2 = 7$, 試求 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 之最大值。

4. 已知 $f(x) = x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s$ 和 $g(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$
 滿足 $f(-1) < g(-1)$, $f(0) > g(0)$, $f(1) < g(1)$, $f(2) > g(2)$ 。
 試證： $2(p-a) + (b-q) + (c-r) + (s-d) > 0$

5. 如圖， $DEFG$ 為正方形， A, H 分別是 \overline{FG} 、 \overline{GD}

的中點， \overline{DA} 分別與 \overline{GE} 、 \overline{HE} 相交於點 B, C ,

求 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD}$ 之比值。



(第5題圖)

6. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{AC} = 9$, 過 $\triangle ABC$ 的內心 I 作 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$,

分別交 \overline{AB} 、 \overline{AC} 於點 D, E , 試求 \overline{DE} 之長。