

# 屏東區數學能力競賽試題(I)

94.11.10

注意：請在答案卷上作答，須詳列過程及說明理由  
作答時間二小時

1. 設  $a_1, a_2, \dots, a_{2005} > 0$

試證： $\frac{a_1^2}{a_2} + \frac{a_2^2}{a_3} + \dots + \frac{a_{2004}^2}{a_{2005}} + \frac{a_{2005}^2}{a_1} \geq 2 \sum_{k=1}^{2005} a_k$  是否成立？

2. 設  $f$  為實數函數，若對任意實數  $u, v$  均滿足  $f(u) \cdot f(v) = f(u - 2v) + f(u + 2v)$

且  $f(1) = 1$ ，若  $x$  為正整數，試求  $f(12x + 1)$  之值。

3. 設實數  $c, d, x, y$  滿足

$$\begin{aligned} cx + dy &= 3, & cx^2 + dy^2 &= 7 \\ cx^3 + dy^3 &= 16, & cx^4 + dy^4 &= 42 \end{aligned}$$

試求  $cx^5 + dy^5$  之值。

4. 從 1 到 200 這 200 個自然數中，取出  $n$  個數，使取出的任何兩個數的和

都不等於  $n$ ，則  $n$  的最大可能值為何？

5. 設  $\triangle ABE$  在正方形  $ABCD$  的外側， $AE = BE$ ；若  $F$  在線段  $AE$  上，且

$EF = AB$ ， $BF = BD$ ，試證  $\angle AEB = \frac{\pi}{7}$ 。