

台灣省第二區九十三年學年度
高級中學數學及自然科能力競賽
數學科筆試(一)試題

編號：_____ (學生自填)

注意事項：

1. 本試卷共三題計算證明題，滿分 49 分。
2. 考試時間：2 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將過程填寫在答案卷內。

【問題一】：設 a, b, c 為某三角形之三邊長，試證：

$$(a^2 + b^2 + c^2)^2 > 2(a^4 + b^4 + c^4)。(16 分)$$

【問題二】：在 $\triangle ABC$ 中，點 D 在 \overline{AB} 上且 $\overline{AD} = 2\overline{BD}$ ，又點 E 是 \overline{AC} 的中點。若

$$\angle ACD = \angle BEC，試證：\triangle ABC 是直角三角形。(16 分)$$

【問題三】：設 n 為自然數，試證：在任意 3^n 個正整數中，必存在 2^n 個數的和是 2^n 的倍數。(17 分)