

九十三學年度高級中學數學科能力競賽複賽
北區 第一區 (花蓮高中) 筆試(二)試題

編號：_____ (學生自填)

注意事項：

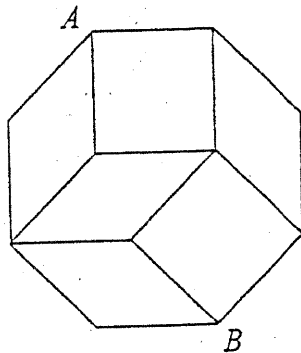
1. 本試卷共七題填充題，每題3分，滿分為21分。
2. 考試時間：1小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將答案填寫在答案欄內。

1. 設 N 為自然數所成之集合，定義函數 $f: N \rightarrow N$ 為

$$f(n) = \begin{cases} n+3, & n \text{ 為奇數} \\ \frac{n}{2}, & n \text{ 為偶數} \end{cases}$$

若 k 為奇數且滿足 $f(f(f(k)))=27$ ，求 $k=$ (一)。

2. 如下圖所示，由兩個全等的正方形與四個一樣的平行四邊形所鋪成的八邊形為正八邊形。
若正方形的邊長為1，則對角線 AB 的長度為何？ (二)。



3 設不論 m 的值為何，直線 $y = mx + b$ 均與圓錐曲線 $x^2 + 2y^2 = 8$ 相交，則 b 的範圍為_____。

4 牛奶保鮮時間因儲藏時的溫度不同而不同。若牛奶放在 0°C 的冰箱中，保鮮時間是 200 小時，而在 24°C 的廚房中是 25 小時。假定保鮮時間 y (小時) 與儲藏溫度 x ($^\circ\text{C}$) 的函數關係是 $y = a \cdot b^x$ (a, b 是常數)。求溫度在 32°C 時的保鮮時間。

答： (四) 小時。

5 設 a 為正數， $f(x) = \frac{a^x}{a^x + \sqrt{a}}$ ，則 $f\left(\frac{1}{2004}\right) + f\left(\frac{2}{2004}\right) + \dots + f\left(\frac{2003}{2004}\right)$ 之值為 (五)。

6 正四面體的容器裝了一些水，當正四面體的一個面放置於水平桌面時，容器內水高為容器高的 $\frac{1}{2}$ ，現將它上下倒置後水位高為容器高的 (六) 倍。

7 根據愛因斯坦的相對論，在高速運動的物體上，當地球上過去 1 秒時，高速運動的太空船才只過去了

$$\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \text{ 秒，}$$

這裡的常數 c 是光的速度，其值為 $c = 30$ (萬公里/秒)；而 v (萬公里/秒) 是太空船的速度。一位 28 歲的太空人，搭乘速度為 28.8 (萬公里/秒) 的太空船飛向外太空，出發當天，太空人的太太剛好產下他們的第一個孩子。當太空船返回地球時，發現他們的孩子剛好 50 歲。問：此時太空人的年紀幾歲？答：(七) 歲。