

93 年數學資訊及自然學科能力競賽高屏澎區 數學科複賽

競賽試題(二)

1. 設  $x$  為實數，求  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x^2 - x + 1}$  之最大值及最小值
2. 設  $x, y, z$  皆為實數，若方程組  $\begin{cases} x^2 - yz - 8x + 7 = 0 \\ y^2 + z^2 + yz - 6x + 6 = 0 \end{cases}$  有解，求  $x$  的範圍。
3. 試求滿足  $\sin 18^\circ + \sin x = \cos 12^\circ$  的最小  $x$  正的度數
4. 設  $n$  為正整數，試證： $24 \mid (n^4 + 2n^3 + 11n^2 + 10n)$ 。
5. 試求所有質數  $p$  使得  $p + 28$  與  $p + 56$  皆為質數。
6. 正方形  $ABCD$ ， $\overline{CF} \parallel \overline{BD}$ ， $E$  點在  $\overline{CF}$  上，使得  $DBEF$  四邊形為菱形。若  $\angle BDF = n\angle F$ ，試求  $n$  值。