

台灣省第二區九十二學年度 高級中學數學及自然科能力競賽 數學科筆試(二)試題

編號：_____ (學生自填)

注意事項：

1. 本試卷共七題填充題，每題3分，滿分21分。
2. 考試時間：1小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將答案填寫在答案欄內。

1. 設 $\triangle ABC$ 中 $\angle B = 2\angle C$ ， $\angle A$ 的平分線交 \overline{BC} 於 D 點，使得 $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，則 $\angle A =$
_____ (一) _____。

2. 平面上的格子點到直線 $15x + 20y - 12 = 0$ 的最短距離為 _____ (二) _____。(格子點是指兩個坐標都是整數的點)

3. 設 a, b 為正整數且 $a \geq b$ ，滿足 $ab + a + b = 181$ 及 $a^2b + ab^2 = 3900$ 。求 $a^2 - b^2 =$
_____ (三) _____。

4. 坐標平面上有三個圓 A 、 B 與 C 。圓 A 的圓心為 $(0, a)$ 而半徑為 a ，圓 B 與圓 A 外切且與 x 軸相切於點 $(a, 0)$ ，圓 C 與圓 A 、圓 B 都外切且又與 x 軸相切，則圓 C 與 x 軸切點的 x 坐標為 _____ (四) _____。

5. 若 x 是正數，且 $x \neq 4$ ， $x \neq \frac{1}{9}$ ，則 $\frac{4}{4-x} + \frac{9x}{9x-1}$ 的最小值為 _____ (五) _____。

6. 設 a 是實數，方程式 $x^4 - (3+2a)x^2 + 2x + a^2 + 2a = 0$ 的根都是實根，則 a 的範圍為
_____ (六) _____。

7. 以下是一個猜數字遊戲：甲由0到9的十個數字中任選四個相異數字排成一列（例如0923），讓乙猜此數。若數字與位置都對者有 n 個，記為‘ nA ’；若數字對而位置不對者有 m 個，記為‘ mB ’。例如：依上面數字，若乙猜‘1935’，則甲記‘1A 1B’；若乙猜‘1983’則甲記‘2A 0B’。

若乙第一次猜的結果是‘1A 1B’，則乙第二次就猜對此數的機率為 _____ (七) _____。