

**台灣省第二區九十二學年度
高級中學數學及自然科能力競賽
數學科筆試(一)試題**

編號：_____ (學生自填)

注意事項：

1. 本試卷共三題計算證明題，滿分 49 分。
2. 考試時間：2 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將過程填寫在答案卷內。

【問題一】 試求滿足下列條件的所有正整數 n ：

- (1) n 恰有 6 個正因數： $1, d_1, d_2, d_3, d_4, n$ ；
- (2) $1+n=5(d_1+d_2+d_3+d_4)$ 。(16 分)

【問題二】 從 1 到 100 的整數中挑選相異的數形成 n 個集合，滿足下列兩個條件：

- (1) 任何兩個集合都沒有共同的元素；
- (2) 每個集合中最大元素等於其餘各元素的乘積。

試問： n 最大是多少？並寫出這 n 個集合。(需說明理由)(16 分)

【問題三】 在凸五邊形 $ABCDE$ 中，若 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EA}$ ，而且 \overline{CD} 的中點 M

滿足 $\angle CMB = \angle DME = 45^\circ$ 。試求

- (1) $\angle ABC$ 的度數；(9 分)
- (2) $\overline{CF} : \overline{CM}$ ，其中 F 是 B 至直線 CD 的垂足。(8 分)