

九十二學年度高級中學數學科能力競賽試題(二)  
(嘉義高中)

編號：\_\_\_\_\_

注意事項：

- (1) 時間分配：1小時。
- (2) 本試卷共五題，滿分 21 分，第一題 4 分，第二題 4 分，第三題 4 分，第四題 4 分，第五題 5 分。
- (3) 將計算、證明過程依序寫在答案卷上。
- (4) 不可使用電算器。
- (5) 試題與答案卷一同繳回。

1. 如果定義在實數上的函數  $f(x) = 7x - 4|x|$  有反函數，求其反函數。若無，請解釋。
2. 設  $f(x, y) = (\sqrt{2}x - \sqrt{2}y, \sqrt{2}x + \sqrt{2}y)$  為定義在實數平面上的函數，且  $A = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$ 。令  $B = \{f(x, y) | (x, y) \in A\}$ ，求  $B$  所涵蓋的面積。
3. 若  $f(t) = \frac{1 + \sin t}{3 + 2 \cos t}$ ，其中  $t$  為實數，求  $f(t)$  的最大值。
4. 若  $a, b$  為整數，則  $\frac{a}{299} + \frac{b}{481}$  的最小正值。
5. 設  $f(x)$  和  $g(x)$  皆為定義於實數上的函數。已知  $g(x) > 0$ ， $f(x) = \frac{g(x)}{g(x) + 2}$  和  $g(x)g(1-x) = 4$  對所有實數  $x$  皆成立。求  $f\left(\frac{1}{2004}\right) + f\left(\frac{2}{2004}\right) + \dots + f\left(\frac{2003}{2004}\right)$  的值。