

屏東區數學試題（二）

1. 已知 $\triangle ABC$ 為圓 O 的內接正三角形，今在 $\triangle ABC$ 內部任取一點 P 向三角形三邊作垂線，設圓 O 的半徑長為 r ， P 到三邊所作垂直線段長分別為 u, v, w ；問 u, v, w 可形成一個三角形的三邊之機率為何？（10%）
2. 設 C, O, D 為線段 \overline{AB} 上之三點且四等分此線段 \overline{AB} ，若以 \overline{CD} 為直徑作一個半圓，並在此半圓的圓周上取一點 E 使得 $\triangle CDE$ 為一等腰三角形，試求 $\tan(\angle AEC + \angle BED)$ 之值。
3. 設 n 為整數，已知 $P(n) = n^3 - n^2 - 5n + 2$ ，試求所有正整數 n 滿足 $P(n)^2$ 為一個質數的完全平方數。
4. 試求方程式 $x^{\log_{10} x} = \frac{x^3}{100}$ 之所有解。
5. 設 $S = \{1, 2, 3, \dots, 200\}$ ，如果將 S 中的 200 個數，凡是能被 2 所整除的數都乘以 (-1) ，改成負數。之後，再將這些數中能被 3 所整除的數乘以 (-1) 。接著，再將這些數中能被 5 所整除的數乘以 (-1) 。經過這三次的修改後，問這 200 個數的總和是多少？