

屏東區數學試題 (二)

1. 已知  $\triangle ABC$  為圓  $O$  的內接正三角形，今在  $\triangle ABC$  內部任取一點  $P$  向三角形三邊作垂線，設圓  $O$  的半徑長為  $r$ ， $P$  到三邊所作垂直線段長分別為  $u, v, w$ ；問  $u, v, w$  可形成一個三角形的三邊之機率為何？ (10%)
2. 設  $C, O, D$  為線段  $\overline{AB}$  上之三點且四等分此線段  $\overline{AB}$ ，若以  $\overline{CD}$  為直徑作一個半圓，並在此半圓的圓周上取一點  $E$  使得  $\triangle CDE$  為一等腰三角形，試求  $\tan(\angle AEC + \angle BED)$  之值。
3. 設  $n$  為整數，已知  $P(n) = n^3 - n^2 - 5n + 2$ ，試求所有正整數  $n$  滿足  $P(n)^2$  為一個質數的完全平方數。
4. 試求方程式  $x^{\log_{10} x} = \frac{x^3}{100}$  之所有解。
5. 設  $S = \{1, 2, 3, \dots, 200\}$ ，如果將  $S$  中的 200 個數，凡是能被 2 所整除的數都乘以  $(-1)$ ，改成負數。之後，再將這些數中能被 3 所整除的數乘以  $(-1)$ 。接著，再將這些數中能被 5 所整除的數乘以  $(-1)$ 。經過這三次的修改後，問這 200 個數的總和是多少？