

91 學年度 台南地區高中數學競賽

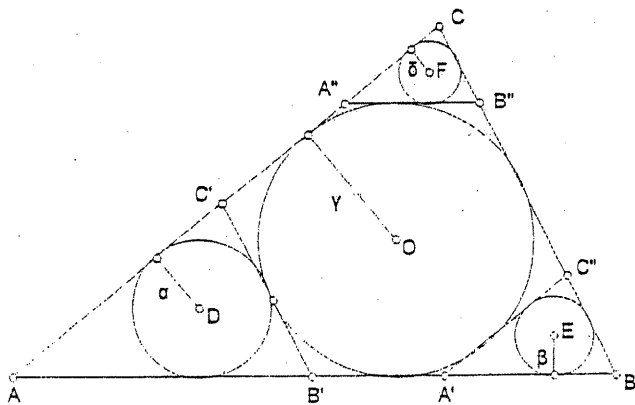
數學科能力競賽(二)

1. 有一外銷歐洲的腳踏車工廠,做車速測試時發現:圓周長為11呎的車輪,其正常行走速度為每小時10哩;試問:若將車輪旋轉一周所需時間減少 $\frac{1}{4}$ 秒,則車子行駛速度每小時會增快多少哩?(1哩=5280呎)

2. 已知 α 為一固定實數,且方程式 $\left| |x^2 - 2x - 1| + 1 \right| = \alpha$ 恰有三個相異的實根 x_1, x_2, x_3 ,試求 $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ 之值.

3. n 為自然數,且 $\frac{n^3 - 3n^2 + 5n - 13}{n - 3}$ 為質數,則滿足上述條件所有 n 的總和為何?

4. 點 O 為 $\triangle ABC$ 內切圓的圓心。線段 $B'C'$ 切於圓 O ,同時平行於邊 BC 。線段 $A'C''$ 切於圓 O ,同時平行於邊 AC 。線段 $B''A''$ 切於圓 O ,同時平行於邊 BA 。圓 D 、圓 E 、圓 F 分別是 $\triangle AB'C'$ 、 $\triangle A'BC''$ 、 $\triangle A''B''C$ 的內切圓,其半徑長分別為 α 、 β 、 δ 。試證:圓 O 的半徑長 γ 等於其他三個圓的半徑長的和,即 $\gamma = (\alpha + \beta + \delta)$ 。



5. 將 n 個男生與 n 個女生任意排成一圓圈，其中 $n = 3, 4, 5, \dots$ 。

試證我們一定可以在其中找到一對不相鄰的男女生，畫上一線經過這對男女，使得此線的任意一側，男生的個數等於女生的個數。

6. 實數中可以表為 $\frac{n}{m}$, $n \in \mathbb{Z}$, $m \in \mathbb{N}$ 之數稱為有理數，不是有理數

之實數則稱為無理數，已知 π 為無理數，試證明 π 小數點後之位數

為無窮！