台灣省第二區九十一學年度
高級中學數學及自然科能力競賽
數學科筆試(二)試題

編號：____________(學生自填)

注意事項：
1. 本試卷共六題填充題，每題 3.5 分，滿分 21 分。
2. 考試時間：1 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將答案填寫在答案欄內。

1. 設 x 為一個大於 1 的實數，則 $\log_x 8+\log_4 x$ 的最小值為 ___(一)___ 。

2. 袋中有 9 個紅球、10 個白球和 11 個黑球，由袋中逐次取出一球並依序排成一列。則紅球最先被全部取出，接著白球被全部取出，而最後才是黑球被全部取出的排列共有 ___(二)___ 種。(答案可用階乘表示)

3. ΔABC 中，$\overline{AB}=3$、$\overline{AC}=4$、$\overline{BC}=5$。從 A、B、C 三點在 ABC 平面的同側，分別各作與 ABC 平面垂直的線段 $\overline{AD}$、$\overline{BE}$、$\overline{CF}$，且 $\overline{AD}=10$、$\overline{BE}=6$、$\overline{CF}=7$，則立體 $ABCFDE$ 的體積為 ___(三)___ 。

4. 已知通過三角形 ABC 的頂點 A 且與 $\overline{BC}$ 邊相切於 B 點及 C 點的兩圓半徑分別為 6 和 4。則 ΔABC 的外接圓半徑為 ___(四)___ 。

5. 滿足 $\sqrt{\dfrac{31}{2}+\sqrt{\dfrac{961}{4}-n}}+\sqrt{\dfrac{31}{2}-\sqrt{\dfrac{961}{4}-n}}$ 為整數的所有整數 n 為 ___(五)___ 。

6. 在座標平面上，對每個非負整數 n，以 $(2n,0)$ 及 $(2n+1,0)$ 兩點所連線段當作底邊在 x 軸上方做一正方形 S_n。令 l_n 為過原點及 $(2n,1)$ 的直線，且設 A_n 為所有 $S_0, S_1, \ldots, S_{n-1}$ 在 l_n 下方之區域的面積總和 $(n\ge 1)$。則使得 $A_n>\dfrac{49n}{100}$ 的最小 n 為 ___(六)___ 。