

台灣省第一區九十一學年度

高級中學數學及自然學科能力競賽

數學科筆試(二)試題

編號：\_\_\_\_\_ (學生自填)

注意事項：

1. 本試卷共六題填充題，每題 3.5 分，滿分為 21 分。
2. 考試時間：1 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將答案填寫在答案欄內。

1. 設  $n$  與  $(n+i)^4$  都是整數。求  $n =$  (一)。

2. 化簡  $\frac{\sqrt{3+\sqrt{5}}}{\sqrt{2+\sqrt{7+3\sqrt{5}}}} - \frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}}{\sqrt{2+\sqrt{7-3\sqrt{5}}}}$  (二)。

3. 設  $f(x) = \frac{a^x - a^{-x}}{a^x + a^{-x}}$ ，其中  $a > 0$  且  $a \neq 1$ 。若  $f(\alpha) = \frac{1}{2}$ ， $f(\beta) = \frac{1}{3}$ ，則  $f(\alpha + \beta) =$  (三)。

4. 設小於 220，又整除 220 的所有正整數之和為  $n$ 。試求小於  $n$ ，又整除  $n$  的所有正整數之和為 (四)。

5. 已知實係數多項式函數  $f(x)$  滿足  $f(5-x) = f(1+x)$ ，並且方程  $f(x) = 0$  恰有 56 個實根，則這 56 個實根的和 = (五)。

6. 10 張椅子排成一列，甲、乙、丙、丁、戊 5 人分成三組入座，三組人數各為 1 人，2 人，2 人，則同組相鄰，不同組不相鄰之坐法有 (六) 種。