

教育部九十一年度高級中學數學競賽

嘉義區複賽試題 (二)

編號：

(學生自填)

(時間一小時)

注意事項：

1. 本試卷共四題，滿分為二十一分。
2. 不可使用計算器。
3. 請將答案寫在答案欄內。
4. 計算紙必須連同試卷交回。

一、丟擲一公平骰子六次，試求點數和恰為 20 的機率。
(6 分)

二、設 a, b 為正數且滿足 $ab = 1$ 。試求 $\sqrt{a} + \sqrt[3]{b}$ 的最小值。
(5 分)

三、令 $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 3x + 3$ 。試證明：

(5 分)(a) 對於任何實數 x, y ， $f(x, y) \geq 0$ 恆成立；

(b) 存在唯一一點 (x_0, y_0) 使得 $f(x_0, y_0) = 0$ 。

四、在一個古老的圖書館地下室發現一幅古地圖。該地圖使用直角坐標，惟不知其使
(5 分) 用之長度單位。其後在該地區找到一破廟 O ，相信是地圖中的原點。再後來找到
坐標為 $[0, 2]$ 的古廟 A 。現今的地圖也是使用直角坐標。廟 O 和廟 A 在現今地圖的
坐標分別為 $[1, -2]$ 和 $[3, -1]$ 。古地圖中有一處標示為金庫，其坐標為 $[5, -3]$ 。金庫之
現今坐標為何？