

# 教育部九十一年度高級中學數學競賽

嘉義區複賽試題 (一)

編號：\_\_\_\_\_

(學生自填)

(時間二小時)

注意事項：

1. 本試卷共四題，滿分為四十九分。
2. 不可使用計算器。
3. 請將答案寫在答案欄內。
4. 計算紙必須連同試卷交回。

一、在三角形  $ABC$  中， $AB$  與  $AC$  乘積為 15， $\angle A$  的分角線長為 3，求  $\triangle ABC$  的最大可能面積。  
(12 分)

二、已知三角形  $ABC$  的各邊長皆為整數值，且面積亦為不大於 10 的整數值，試找出所有可能的三角形  $ABC$ 。  
(12 分)

三、求多項式  $p(x)$ ，使其適合  $p(x^2+1) = p^2(x)+1$  且  $p(0) = 0$ 。  
(13 分)

四、如下圖， $\overline{VA}, \overline{VB}, \overline{VC}$  與  $\overline{VD}$  為共點的四相異直線。若直線  $\alpha$  與  $\overline{VD}$  平行而與  $\overline{VA}, \overline{VB}, \overline{VC}$  分別交於  $P, Q, R$ ，試證明  
(12 分)

$$\frac{\sin \angle AVC \sin \angle DVB}{\sin \angle CVB \sin \angle AVD} = \frac{\overline{PR}}{\overline{RQ}}。$$

