

九十一學年度屏東區高級中學數學競賽複賽試題

競賽(二)

1. 設  $0 < x_0 < y_0$  且定義  $x_n = \frac{2x_{n-1}y_{n-1}}{x_{n-1} + y_{n-1}}$ ,  $y_n = \sqrt{x_n y_{n-1}}$ . 試證對所有正整數  $n$ ,

$$0 < x_{n-1} < x_n < y_n < y_{n-1}. \quad (5\%)$$

2. 今有一三角形，其三邊長為連續整數且有一角為另一角之兩倍。求此三角形之三邊長。 (6%)

3. 令  $x = 1 + \sqrt{3}$ ,  $y = \sqrt{3 + \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}}$ . 請問  $x > y$ ,  $x < y$ ,  $x = y$  哪一個成立?

請說明理由。 (5%)

4. 將英文字母 AAABBBBCD 任意排列，三個 A 在一起或四個 B 在一起的排法有幾種? (5%)