

捌、九十學年度各分區數學科能力競賽複賽試題及解答

台灣省第一區九十學年度

高級中學數學及自然學科能力競賽

數學科筆試（一）試題

編號：\_\_\_\_\_（學生自填）

注意事項：

1. 本試卷共三題計算證明題，滿分為 49 分。
2. 考試時間：2 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將過程填寫在答案卷內。

問題一：已知： $a_1 \geq b_1 \geq b_2 \geq a_2 > 0, a_1 a_2 \geq b_1 b_2$ 。求證： $a_1 + a_2 \geq b_1 + b_2$ 。

（16 分）

問題二：設實數  $\alpha = \sqrt[3]{3\sqrt{21}+8} - \sqrt[3]{3\sqrt{21}-8}$

(1) 找一組整數  $a, b$  使得  $\alpha$  是方程式  $x^3 + ax + b = 0$  的一根。(8 分)

(2) 試化簡  $\alpha$  為最簡單的表示方式。(8 分)

問題三： $\triangle ABC$  中  $AM$  是中線， $AT$  是角平分線， $AD$  是  $AM$  關於  $AT$  的對稱

直線。證明： $\frac{BD}{CD} = \frac{AB^2}{AC^2}$ 。(17 分)