臺灣省第四區八十九學年度

高級中學數學及自然學科能力競賽

數學科筆試（二）試題

編號：________________（學生自填）

注意事項：

1. 本試卷共六題填充題，每題3.5分，滿分為21分。
2. 考試時間：1小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將答案填寫在答案欄內。

1. 阿賢想將一個半徑為5公分的球投進一個三角形的球框，因球太大被卡在框架上。設此三角形球框的三邊長分別為 15,14,13 公分，則球心到此三角形所決定平面的最短距離為___（一）___公分。

2. 設 a 為一複數，其虛部不為 0，而 $\bar{a}$ 表示 a 的共軛複數， $az+\overline{az}=2000$ 是複數 z 在坐標平面上的一直線方程式，則此直線的斜率為___（二）___。

3. 設 $\triangle ABC$ 為直角三角形， $\overline{AB}$ 為斜邊。分別以 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 為底邊向外各作等腰三角形 ABE 與 ACF ，其頂角 $\angle AEB=\angle AFC=120^\circ$，設 M 為 $\overline{BC}$ 的中點，$\overline{ME}=7$ ，$\overline{FM}=13$，則 $\overline{BC}$ 的長度為___（三）___。

4. 考慮滿足 $a^2+b^2=25$ ， $c^2+d^2-4c=46$ 的所有實數 a,b,c,d ，設 $\sqrt[3]{71+4c-2ac-2bd}$ 的最大值為 $x+\sqrt{y}$ ，其中 x,y 都是整數，則數對 $(x,y)=$ ___（四）___。

5. 已知平面上相異的 19 條直線中，每一條直線至多與其它 15 條直線相交，則這 19 條直線最多可以有___（五）___個交點。

6. 對於每一正整數 k，令 $p(k)$ 表示不整除 k 的最小正質數。當 $p(k)=2$ 時，令 $q(k)=1$；當 $p(k)>2$ 時，令 $q(k)$ 表示所有小於 $p(k)$ 的正質數之乘積。若數列 $<a_n>$ 滿足：$a_0=1$ ，$a_{n+1}=\dfrac{p(a_n)}{q(a_n)}\cdot a_n$ ，$\forall n=0,1,2,\cdots$ ，則 $a_{89}=$ ___（六）___。