

台灣省第二區八十九學年度
高級中學數學及自然科能力競賽
數學科筆試(一)試題

編號：_____ (學生自填)

注意事項：

1. 本試卷共三題計算證明題，滿分 49 分。
2. 考試時間：2 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將過程填寫在答案卷內。

【問題一】：設 $P(x)$ 為二次多項式，若 $P(x^2 + 4x - 7) = 0$ 有一根為 1，且至少有一重根，試求 $P(x^2 + 4x - 7) = 0$ 所有的根。

【問題二】：在三角形 ABC 中， $AC = BC$ ， P 為高 CD 上的一點， E 為直線 AP 與 BC 邊的交點， F 為直線 BP 與 AC 邊的交點。試證：若 $\triangle ABP$ 與四邊形 $PECF$ 的兩內切圓全等(即兩圓的半徑相等)，則 $\triangle ADP$ 與 $\triangle BCP$ 的兩內切圓全等。

【問題三】：對於正整數組 (a, b, c, d) ，當 $a > b$ 時，將這一組數調整為 $(a - b, b, c + d, d)$ ；當 $a < b$ 時，將這一組數調整為 $(a, b - a, c, c + d)$ ；當前兩項相等時，即不再調整。若以正整數組 (m, n, m, n) 開始，經數次調整後，得到 $(k, k, 1999, 2001)$ ，試求 m 與 n 的最小公倍數。