八十九學年度高級中學數學科能力競試
高雄區試題（二）參考解答

1.**參考解答**

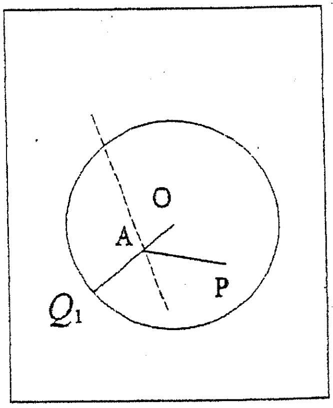
$(x-\sin\theta)^2+\cos^2\theta=0,\ x=\sin\theta\pm i\cos\theta=\cos(\frac{\pi}{2}-\theta)\pm i\sin(\frac{\pi}{2}-\theta)$

$\alpha=\cos(\frac{\pi}{2}-\theta)+i\sin(\frac{\pi}{2}-\theta),\ \alpha^n=\cos(\frac{n\pi}{2}-n\theta)+i\sin(\frac{n\pi}{2}-n\theta)$

$\beta=\cos(\frac{\pi}{2}-\theta)-i\sin(\frac{\pi}{2}-\theta),\ \beta^n=\cos(\frac{n\pi}{2}-n\theta)-i\sin(\frac{n\pi}{2}-n\theta)$

$\therefore \alpha^n+\beta^n=2\cos(n\theta-\frac{n\pi}{2})$

2.**參考解答**



橢圓形 $\overline{Q_1A}=\overline{PA}$ 且 $\overline{Q_1A}+\overline{AO}=$ 圓之半徑

$=\overline{PA}+\overline{AO}=$(定值)

A 點在以 O, P 爲焦點的橢圓上.

3.**參考解答**

$\{n\in\Re \mid n=3m, 3m+1, 3m+2\}$ 討論

4.**參考解答**

pf)(i)利用數學歸納法證明 $\forall\ k\in N$

$B^{[K]}(x)=2^Kx-a_k$ 其中 $a_k\in Z$

(ii)$B^{[K]}(x)=x \quad \Rightarrow 2^Kx-a_k=x$

$\Rightarrow\ x=\frac{a_k}{2^k-1}\in Q$

5.**參考解答**

因$0<3-2\sqrt{2}<1$ 故$0<(3-2\sqrt{2})^n<1$

用二項式定理$(3+2\sqrt{2})^n+(3-2\sqrt{2})^n=2(3^n+C_2^n(2\sqrt{2})^2 3^{n-2})+\cdots)=2m$

爲一整數

故
$(3+2\sqrt{2})^n=2m-(3-2\sqrt{2})^n=(3+2\sqrt{2})^n=2m-1+(1-(3-2\sqrt{2})^n)$

其中 $0<(3-2\sqrt{2})^n<1$

故 $(3+2\sqrt{2})^n$ 之整數部分爲 $2m-1$(爲一奇數)