

臺北市八十八學年度
高級中學數學及自然學科能力競賽
數學科筆試（二）試題

編號：_____（學生自填）

注意事項：

1. 本試卷共七題填充題，每題3分，滿分為21分。
2. 考試時間：1小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將答案填寫在答案欄內。

- 一、給定四點 $A(1,0)$ 、 $B(-1,0)$ 、 $C(\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ 與 $D(-\frac{5}{13}, \frac{12}{13})$ 。若 $P(u, v)$ 是 \overline{AB} 上異於 A 與 B 的一點，則 $\tan \angle ACP \cdot \tan \angle PDB =$ （一）。
- 二、若正整數 n 能使 $\sqrt{\frac{25}{2} + \sqrt{\frac{625}{4} - n}} + \sqrt{\frac{25}{2} - \sqrt{\frac{625}{4} - n}}$ 的值為整數，則 $n =$ （二）。
- 三、五位女生與十二位男生圍成一圓圈。若要求每兩位女生之間至少有兩位男生，則共有 （三） 種排法。
- 四、若 $n = p^a q^b = (4a+1)(4b+1)$ ，其中 a 與 b 為非負整數，而 p 與 q 為相異質數，則此種整數 n 的最大值為 （四）。
- 五、給定兩個圓 $\Gamma_1: x^2 + y^2 + 20x + 96 = 0$ 與 $\Gamma_2: x^2 + y^2 - 20x - 96 = 0$ ，考慮與圓 Γ_1 、圓 Γ_2 中的一圓內切且與另一圓外切的所有圓，這些圓的圓心所成圖形的方程式為 （五）。
- 六、函數 $f(x) = \sqrt{x^4 - 3x^2 + 4} + \sqrt{x^4 - 3x^2 - 8x + 20}$ 的最小值為 （六）。
- 七、在共平面的六線段 \overline{AB} 、 \overline{AC} 、 \overline{AD} 、 \overline{BC} 、 \overline{BD} 與 \overline{CD} 中，若有三線段的長為 x ，另三線段的長為 y ，其中 $x < y$ ，而且沒有任何三線段圍成正三角形，則 $y : x =$ （七）。