

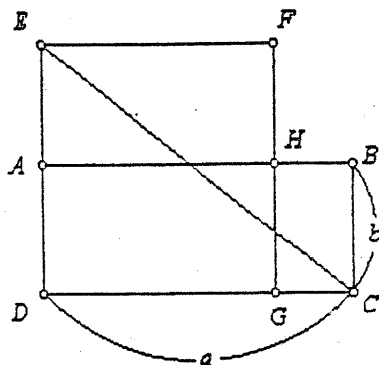
臺灣省第三區高級中學八十八學年度
數學科能力競賽試題(二)(新竹高中)

編號：_____

注意事項：

1. 本試卷共 6 題填充題，滿分 21 分，每題各 3.5 分。
2. 考試時間 1 小時。
3. 請將答案寫在答案欄上。
4. 計算紙必須連同答案卷繳回。

1. 如圖所示 $ABCD$ 為一長方形，其長、寬分別為 a 、 b ，且正方形 $DEFG$ 的面積與長方形 $ABCD$ 相等，若 H 為 AB 與 FG 的交點，則當 $\frac{a}{b} =$ _____ 時，點 H 會落在 EC 上。



2. 考慮一個能使得 $x^2 - 5px - p = 0$ 有兩相異實根 x_1 及 x_2 的實數 p 。則函數

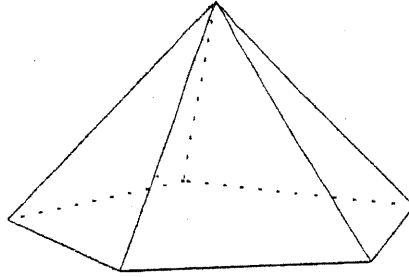
$$f(p) = \frac{p^2}{5px_1 + x_2^2 + 3p} + \frac{5px_2 + x_1^2 + 3p}{p^2}$$

在 $p =$ _____ 時會產生最小值。

3. 設 n 為一個 88 位數的正整數，且能被 9 整除。記 n 的所有位數之數字和為 a ， a 的所有位數之數字和為 b ，則 b 的所有可能之值為 _____。

4. 如下圖所示，一個正五角錐的側面是由五個正三角形所組成，而底面為正五邊。設 θ 為兩個側面相鄰的三角形之二面角，試問 $\cos \theta =$ _____。

[參考數據： $\cos 36^\circ = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$, $\sin 36^\circ = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$]



5. 設有編號 $1, 2, \dots, 1999$ 的 1999 位同學各拿著一個紅、白兩面的紙板作排圖案的表演。設開始時所有的同學均將紙板白色面向外；令 $d(k)$ 表示自然數 k 的正因數之個數。若對每一個 k ，編號 k 的同學將他所拿的紙板反轉 $d(k)$ 次，則最後排出的圖案中白色面向外的紙板有 _____ 個。

6. 對每一實數 y ，我們令 $f(y)$ 表示函數

$$g(x) = \left| 2y - 1 + \cos x + \frac{1}{2 + \cos x} \right|$$

的最大值。則 $f(y)$ 的最小值為 _____。